Mathematisches Institut der Uni Heidelberg Dr. Uwe Weselmann

Übungen "Algebraische Topologie" SS 2009 Blatt 3

Abgabe am Montag 27.04.09 bis 16:15 Uhr in der Übung

Bearbeiten Sie bitte noch alle Aufgaben von Blatt 2, die Sie aufgrund des fehlerhaften Links und des Fehlers in der Aufgabe 5) bis zum 20.04. nicht geschafft haben!

Aufgabe 9) Zeige, dass die folgenden Unterräume des Raums V der reellen $n \times n$-Matrizen zusammenziehbar sind:

(a) Die Menge S der positiv definiten symmetrischen Matrizen.

(b) Die Gruppe G der oberen Dreiecksmatrizen mit positiven Diagonaleinträgen.

(2=1+1 Punkte)

Aufgabe 10) Zeige: Sind die Räume X_1 und Y_1 sowie X_2 und Y_2 jeweils homotopieäquivalent, so auch die Räume $X_1 \times X_2$ und $Y_1 \times Y_2$.

(2 Punkte)

Aufgabe 11) Die folgende Teilmenge $X \subset \mathbb{R}^2$ werde mit der Unterraumtopologie versehen:

$$X = \{(x,0) \mid 0 \leq x \leq 1\} \cup \{(0,y) \mid 0 \leq y \leq 1\} \cup \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{(\frac{1}{n}, y) \mid 0 \leq y \leq 1\}.$$

(a) Zeige, dass für jeden Punkt $P \in X$ die Menge $A = \{P\}$ ein Deformationsretrakt von X ist.

(b) Zeige, dass $\{(0,1)\}$ kein starker Deformationsretrakt von X ist.

(c) Zeige, dass $X - \{(0,0)\}$ zusammenhängend, aber nicht wegzusammenhängend ist.

(d) Zeige, dass X zu einem Abbildungszylinder $Z(f)$ für eine geeignete stetige Abbildung f homöomorph ist.

(7=2+2+2+1 Punkte)