

Mathematisches Institut der Uni Heidelberg

Dr. U. Weselmann

Übungen "Algebraische Topologie" SS 2009 Blatt 1

Abgabe (ausnahmsweise) am Dienstag 14.04.09 in der Vorlesung

Aufgabe 1) Für eine Abbildung $f : X \rightarrow Y$ zwischen topologischen Räumen versehen wir den Graphen

$$G(f) = \{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$$

mit der Unterraumtopologie der Produkttopologie. Zeige, dass die Abbildung $\sigma : X \rightarrow G(f)$, $x \mapsto (x, f(x))$ genau dann ein Homöomorphismus ist, wenn f stetig ist.

(2 Punkte)

Aufgabe 2) Seien für $i \in I$ jeweils Abbildungen $f_i : X_i \rightarrow Y_i$ zwischen topologischen Räumen X_i und Y_i gegeben. Zeige, dass die Abbildung

$$f : X = \prod_{i \in I} X_i \rightarrow Y = \prod_{i \in I} Y_i, \quad (x_i)_{i \in I} \mapsto (f_i(x_i))_{i \in I}$$

genau dann stetig ist (bezüglich der Produkttopologie auf X bzw. Y), wenn alle f_i stetige Abbildungen sind.

(3 Punkte)

Aufgabe 3) Formuliere und beweise eine universelle Eigenschaft für die Finaltopologie.

(3 Punkte)

Aufgabe 4) Für $n \geq 2$ sei V_{2n} ein abgeschlossenes regelmäßiges $2n$ -Eck im \mathbb{R}^2 . Zwei Punkte stehen per Definition in Relation zueinander, wenn es ein Paar diametral gegenüberliegenden Kanten gibt, auf deren Abschluss sie liegen, und wenn sie durch diejenige Parallelverschiebung ineinander übergehen, die diese beiden Kanten ineinander überführt. Sei R die von dieser Relation erzeugte Äquivalenzrelation und $W_{2n} = V_{2n}/R$ der mit der Quotiententopologie versehene Quotientenraum (eine Fläche).

(a) In wieviele Äquivalenzklassen bezüglich der Relation R zerfällt die Menge der Eckpunkte von V_{2n} in Abhängigkeit von der Parität von n ?

(b) Berechne die Eulerzahl von W_{2n} .

(c) Zeige, dass W_4 und W_6 homöomorph sind.

(6=1+2+3 Punkte)