

Übungen zur Mengentheoretischen Topologie

Sommersemester 2014

Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Dr. Denis Vogel
Dominik Wrazidlo

Blatt 10
Abgabetermin: Mittwoch, 25.06.2014, 9.15 Uhr

Aufgabe 1. (6 Punkte)

- (a) Man bestimme einen T_0 -Raum, der kein T_1 -Raum ist.
- (b) Man bestimme einen T_1 -Raum, der kein T_2 -Raum ist.

Aufgabe 2. (6 Punkte)

- (a) Sei X ein T_3 -Raum. Man zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
 - (i) X ist ein T_0 -Raum.
 - (ii) X ist ein T_1 -Raum.
 - (iii) X ist ein T_2 -Raum.Man folgere, dass X genau dann regulär ist, wenn X ein T_2 -Raum ist.
- (b) Man bestimme einen T_3 -Raum, der kein T_0 -Raum ist.

Aufgabe 3. (6 Punkte)

- (a) Sei X ein T_4 -Raum. Man zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
 - (i) X ist ein T_1 -Raum.
 - (ii) X ist ein T_2 -Raum.Man folgere, dass X genau dann normal ist, wenn X ein T_2 -Raum ist.
- (b) Man bestimme einen T_4 -Raum, der ein T_0 -Raum, aber kein T_1 -Raum ist.

Aufgabe 4. (6 Punkte)

- (a) Sei X ein T_4 -Raum. Man zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
 - (i) X ist ein T_3 -Raum.
 - (ii) X ist ein T_{3a} -Raum.Man folgere, dass X genau dann vollständig regulär ist, wenn X regulär ist.
- (b) Man bestimme einen T_4 -Raum, der kein T_3 -Raum ist.