Höhere Mathematik für Physiker II – Hinweise zur Klausurvorbereitung

Prof. Dr. S. Böge / Thomas Krämer Sommersemester 2009

Nicht nach 1 Woche abgeben, aber laufend mit dem Übungsleiter darüber sprechen...

A. Definitionen:

Man gehe die Definitionen im Skript durch und schreibe 10 heraus, die man für besonders wichtig hält.

B. Sätze:

1. Entwicklungssatz für die Determiante
2. Basisergänzungssatz
3. Satz über die Hauptachsentransformation
4. Kettenregel
5. Extremwerte mit Nebenbedingungen
6. Jordansche Normalform
7. Satz von Fejer
8. Wie lautet die Integraltransformationsformel?

C. Aufgaben dazu:

Aufgabe 1. Was ist die Determinante der Matrizen

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}? \qquad \text{Ist } A \text{ invertierbar?}$$

Aufgabe 2. Sei U der Unterraum aller $(x, y, z)^t \in \mathbb{R}^3$ mit $x + y + z = 0$. Man ergänze den Vektor

$$v := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{zu einer Basis von } U.$$

Aufgabe 3. Man bringe die Form $f(x, y) = 2xy$ durch eine orthogonale Transformation auf Diagonalgestalt, d.h. man finde eine orthogonale Matrix K und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, sodass

$$2xy \;=\; \alpha u^2 + \beta v^2 \qquad \text{ist für} \qquad \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \;:=\; K \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4. Man berechne die Jacobimatrizen der Funktionen

$$f(x, y, z) := \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad g(\phi) := \begin{pmatrix} \cos\phi \\ \sin\phi \\ \phi \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad h := f \circ g,$$

wobei man insbesondere immer auf das Format der Matrizen achte.

Aufgabe 5. Was ist das Maximum von $xy + yz + zx$ auf der Einheitssphäre $x^2 + y^2 + z^2 = 1$?

Aufgabe 6. Man gebe ein ganz einfaches Argument dafür an, daß die Matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{sich nicht auf Diagonalgestalt transformieren läßt.}$$

Aufgabe 7. Offenbar ist $\cos^3 x$ eine stetige 2π-periodische Funkion von x. Man stelle sie durch ihre Fourierreihe dar.

Aufgabe 8. Man berechne das Integral $\int_{x^2+y^2 \le R^2} (x^2 + y^2)^n \, d(x, y)$.

Gelegenheit zur Klärung weiterer Fragen gibt es wie immer in der Zentralübung! Die Materialien und Informationen zur *Mathematik für Physiker* gibt es auch unter

`http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~tkraemer/MathPhysSoSe09/`