Prof. Dr. S. Böge
Th. Krämer

Sommersemester 2009
Abgabe: Freitag, 05. Juni 2009, bis 11:14h im HS 2

Für jede Aufgabe gibt es 4 Punkte.

Aufgabe 36. Sei ω eine reelle Zahl.

(a) Man finde eine reellwertige Lösung der inhomogenen Gleichung $y'' + \omega^2 y = \cos x$. Für welche ω ist die Lösung beschränkt, für welche nicht?

(b) Man finde alle reellwertigen Lösungen der homogenen Gleichung $y'' + \omega^2 y = 0$. Wie lauten somit alle Lösungen der inhomogenen Gleichung in Teil (a)?

Aufgabe 37. Man berechne e^{Ax} für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

und bestimme alle reellwertigen Lösungen des folgenden Systems:

$$\begin{aligned} y_1' &= -y_2 \\ y_2' &= y_1 \end{aligned}$$

Aufgabe 38. Man berechne das charakteristische Polynom der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

und lese daraus ihre Eigenwerte ab. Welche Möglichkeiten gibt es jetzt a priori für die Jordansche Normalform von A? Man prüfe nach, daß

$$(A - \mathbf{1})(A - 3 \cdot \mathbf{1}) \neq 0$$

ist und schließe daraus, welche der oben zur Wahl gestellten Möglichkeiten die richtige ist.

Aufgabe 39. Sei $\alpha \in \mathbb{C}$. Man zeige, daß α der einzige Eigenwert und e_1 bis auf Vielfache der einzige Eigenvektor des Jordankästchens

$$J_\alpha := \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 0 & & 0 \\ & \alpha & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & \alpha & 1 \\ 0 & & & & \alpha \end{pmatrix} \qquad \text{ist.}$$

Aufgabe 40. Es seien

$$A := \begin{pmatrix} J_\alpha^{(p)} & 0 \\ 0 & J_\alpha^{(n-p)} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B := \begin{pmatrix} J_\alpha^{(q)} & 0 \\ 0 & J_\alpha^{(n-q)} \end{pmatrix},$$

wobei $J_\alpha^{(p)}$ das Jordankästchen vom Format $p \times p$ zum Eigenwert α sei, analog $J_\alpha^{(q)}$ usw. Ferner gelte $p \geq n-p$ und $q \geq n-q$. Man zeige: A und B haben dasselbe charakteristische Polynom, aber eine invertierbare Matrix T mit $B = T^{-1}AT$ gibt es nur im Fall $p = q$.

Die Übungsblätter und organisatorische Informationen zur *Mathematik für Physiker* gibt es auch auf der Internetseite zur Vorlesung:

`http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~tkraemer/MathPhysSoSe09/`