Mathematisches Institut der Universität Heidelberg
Prof. Dr. E. Freitag /Thorsten Heidersdorf

Übungen zur Analysis auf Mannigfaltigkeiten SS 2010

Blatt 3, Abgabe bis zum 06.05.2010 um 11:00 Uhr

Aufgabe 9 Die Kreislinie $S^1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ ist eine differenzierbare Untermannigfaltigkeit des $\mathbb{R}^2$. Man betrachte die Abbildung

$$\pi : \mathbb{R} \to S^1, \ \pi(x) = e^{2\pi i x}.$$

Die Differentialformen auf S^1 entsprechen (via $\alpha \mapsto \pi^*\alpha$) umkehrbar eindeutig den Differentialformen auf $\mathbb{R}$, deren Komponenten periodisch sind (mit Periode 1). Man benutze das, um $b^0 = 1, \ b^1 = 1$ und $b^p = 0$ für $p \neq 0, 1$ zu zeigen. Anleitung: Benutze, dass man periodische Funktionen in Fourierreihen entwickeln kann.

(4 Punkte)

Aufgabe 10 Sei X ein lokalkompakter Raum. Zu jedem Kompaktum $K \subsetneq X$ existiert ein Kompaktum $L \subset X$, so dass K im Inneren von L enthalten ist.

(4 Punkte)

Aufgabe 12 Sei X ein lokalkompakter Raum mit abzählbarer Basis der Topologie. Es existiert eine aufsteigende Folge von Kompakta $K_1 \subset K_2 \subset K_3 \subset \dots$ mit $X = \bigcup K_i$, so dass K_i im Inneren von K_{i+1} enthalten ist. Zusatz: Jedes Kompaktum $K \subset X$ ist in einem der K_i enthalten.

(4 Punkte)