Mathematisches Institut der Universität Heidelberg
Prof. Dr. E. Freitag /Thorsten Heidersdorf

Übungen zur Analysis III WS 2009

Blatt 11, Abgabe bis zum 15.01.2010 um 11:00 Uhr

Aufgabe 38 Sei U eine offene Teilmenge im $\mathbb{R}^n$. Zeige: Für $\eta \in A^i(U),\ \omega \in A^j(U)$ gilt die Produktformel

$$d(\eta \wedge \omega) = d\eta \wedge \omega + (-1)^i \eta \wedge d\omega.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 39 Zeige, dass $d^2 = 0$ gilt (Hilfssatz 3.4 im Skript).

(4 Punkte)

Aufgabe 40 Man identifiziere $\mathbb{C}$ mit $\mathbb{R}^2$ via der Abbildung $x + iy \mapsto (x, y)$. Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen und $f = f_1 + if_2 : U \to \mathbb{C}$ eine Funktion mit reell differenzierbaren Funktionen f_1, f_2. Wir nennen f holomorph, falls die Differentialform $\omega = f \cdot (dx + idy)$ geschlossen ist $(dw = 0)$.

(a) Durch welche partiellen Differentialgleichungen sind f_1 und f_2 bei einer holomorphen Funktion f miteinander verknüpft?

(b) Zeige: Ist $f : U \to \mathbb{C}$ holomorph und $g : U \to \mathbb{C}$ eine Funktion mit $dg = f \cdot (dx + idy)$, so ist g holomorph.

(4 Punkte)

Aufgabe 41 Man zeige, dass für alle $f, g \in S(\mathbb{R})$ die folgende Identität gilt:

$$< \hat{f}, \hat{g} >=< f, g > \quad \text{für das Skalarprodukt } < f, g >:= \int_{\mathbb{R}} f\bar{g}dx.$$

(4 Punkte)