

Mathematisches Institut der Universität Heidelberg
Prof. Dr. E. Freitag /Thorsten Heidersdorf

Übungen zur Analysis III WS 2009

Silvesteraufgabe, Abgabe bis zum 08.01.2010 um 11:00 Uhr

Für diese Aufgabe erhält man keinen Punkt, wenn man keinen Fehler macht, sonst einen Strafpunkt.

Zwei Politiker streiten sich, wer die längste Rede halten kann, ohne dreimal hintereinander dasselbe zu sagen. Ein Problem dabei ist, dass ihr Wortschatz nur aus zwei Worten besteht, nämlich “Wenn” und “Aber”, abgekürzt W, A. Der erste fängt an und sagt A, darauf der zweite AW, der erste AWWA, der zweite AWWAWAAW. Der zweite, ein schlauer Mann, geht so vor: Er wiederholt zunächst wörtlich die Rede des ersten und vertauscht anschließend die Rollen von A und W. Der erste hat das bald bemerkt und macht dasselbe. Auf diese Weise kommen die folgenden Reden zustande:

A, A W, AW WA, AWWA WAAW, AWWAWAAW WAAWAWWA, ...

Die k -te Rede R_k hat demnach die Länge 2^{k-1} ; sie stimmt mit der ersten Hälfte der Rede R_{k+1} überein.

Ein zufällig vorbeikommender Mathematiker, der an sich auch nicht mehr zu sagen hat, beendet den Streit auf seine Weise: Er hält eine unendlich lange Rede R , deren erste 2^{k-1} Worte mit R_k übereinstimmen ($k = 1, 2, 3, \dots$). Anschließend (!) geht er weg und überläßt den Politikern den Nachweis, dass er nirgends in seiner Rede dreimal hintereinander dasselbe gesagt hat - dass seine Rede also keinen Abschnitt der Form III , wobei auch I eine (endliche) Rede ist. Man helfe den Politikern, diesen Nachweis zu führen.