

Dr. D. Vogel, Dr. V. Nicolas
Mathematisches Institut
Universität Heidelberg
Sommersemester 2014/15

Seminar Homologische Algebra

Beginn: 13.04.2015

Raum: INF 288, HS 2

Zeit: Mo, 14.15 Uhr

Im Folgenden finden Sie eine Auflistung der Vortragsthemen, wesentlichen Vortragsinhalte und der zugrundeliegenden Literatur. Die Vorträge sollen jeweils etwa 90 Minuten dauern.

Für die detaillierte Besprechung des jeweiligen Vortragsinhaltes kommen Sie bitte rechtzeitig bei Dr. Nicolas vorbei.

1. VORTRAG: **Kategorien, Funktoren** 13.04.15
 - Kategorien: [1], II, 1.1, 1.2, 1.12
 - Beispiele: A -mod, Gr (ohne Beweise), Kom Ab: I, 4.3, 6.5
 - Funktoren: II, 1.6, 1.8, 1.10, 1.12
 - Beispiele: Vergissfunktoren: II, 1.9.c, Hom: II, 1.8 und H^n : (I, 4.4, 6.5).

2. VORTRAG: **Abelsche Kategorien** 20.04.15
 - Abelsche Kategorien: [1], II, 5.1 \rightarrow 5.11
 - Beispiele: A -mod (ohne Beweise), Kom Ab [3] 1.2.

3. VORTRAG: **Additive Funktoren** 27.04.15
 - Additive Funktoren: [1], II, 6.1, 6.4
 - Beispiele: Hom und Tor: II, 6.5, 6.6
 - Projektive und injektive Objekte: II, 6.9, 6.10, 6.11.

4. VORTRAG: ERSTE DEFINITION DER GRUPPENKOHOMOLOGIE 04.05.15

- Simpliziale Mengen: [1], I, 2.1
- Beispiele: Fig 1, S. 1, BG : I, 2.8
- (Ko-)Ketten: I, 4.1, 4.2, 4.5a, 4.5b
- Erste Definition der Gruppen(ko-)homologie: $H^n(G, M) = H^n(C^*(BG, M))$, $H_n(G, M) = H_n(C_*(BG, M))$,
- Vergleichen Sie diese Definition mit [3], 6.5.4, 6.5.5
- Berechne $H^0(G, M)$, $H_0(G, M)$ für allgemeines M und $H^1(G, M)$ für M mit trivialer G -Operation.

5. VORTRAG: LANGE EXAKTE FOLGEN UND KETTENHOMOTOPIEN 11.05.15

- Schlangenlemma und Fünfer-Lemma [3], 1.3.2, 1.3.3
- Lange exakte Folgen: 1.3.1, 1.3.4
- Kettenhomotopien: 1.4.3, 1.4.4, 1.4.5.

6. VORTRAG: δ -FUNKTOREN UND AUFLÖSUNGEN 18.05.15

- δ -Funktoren: [3], 2.1
- Projektive und injektive Auflösungen: 2.2, 2.3
- Zeige, dass A -Mod genügend viele injektive Objekte enthält: S. 41-42. (falls genügend Zeit).

7. VORTRAG: RECHTS- UND LINKSABGELEITETE FUNKTOREN 01.06.15

- Rechtsabgeleitete Funktoren: [3], 2.4. Satz 2.4.7 soll wie in Exercise 2.4.5. bewiesen werden.
- Linksabgeleitete Funktoren: 2.5.
- Zweite Definition der Gruppen(ko-)homologie: 6.1.2

Wir haben jetzt eine zweite Definition der Gruppenkohomologie. Wir wissen aber noch nicht, dass beide übereinstimmen.

8. VORTRAG: TOR UND EXT VERGLEICHEN 08.06.15
- Doppel- und Totalkomplexe: [3], 1.2.4., 1.2.5., 1.2.6
 - Abbildungskegel: 1.5.1, 1.5.2, 1.5.3, 1.5.4 und 1.2.8
 - Tor und Ext vergleichen: 2.7 (beweise nur eines von 2.7.2 und 2.7.6).
 - Folgere, dass die zwei gegebenen Definitionen überstimmen.
9. VORTRAG: GRUPPENKOHOMOLOGIE I 15.06.15
- Die Gruppe ändern, die Inf-Res exakte Folge: [2], VII §5, §6, §7 Aufgabe sollen bewiesen werden.
 - Die Verlagerung: VII §8.
10. VORTRAG: GRUPPENKOHOMOLOGIE II 22.06.15
- Tate-Kohomologiegruppen: [2], VIII §1
 - Einschränkung und Koeinschränkung: VIII §2
 - Cup-Produkte: VIII §3
 - Gruppenkohomologie zyklischer Gruppen: VIII §4 und §5
11. VORTRAG: GALOISKOHOMOLOGIE I 29.06.15
- Erste Beispiele: [2], X §1 und §2
 - Unendliche Galoistheorie und Galoiskohomologie: X §3
12. VORTRAG: GALOISKOHOMOLOGIE I 06.07.15
- Die Brauer-Gruppe, die galoiskohomologische Version: [2], X §4
 - Die Brauer-Gruppe, die klassische Version: X §5
 - Beispiele: X §7
13. VORTRAG: PUFFERTERMIN I 13.07.15
14. VORTRAG: PUFFERTERMIN II 20.07.15

Literatur

- [1] Gelfand, Sergei I., Manin, Yuri I. *Methods of Homological Algebra* Springer Monographs in Mathematics 2nd ed. 2003, XX, 372 p.
- [2] Serre, Jean-Pierre *Local Fields* Graduate Texts in Mathematics, Vol. 67 Translated by Greenberg, M.J. 1979, VIII, 245 p.
- [3] Charles A. Weibel *An introduction to homological algebra* Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 1994, XIV, 450 p.