Seminarprogramm

Die lokale Langlandskorrespondenz für GL(2)

Universität Heidelberg, Wintersemester 2012/13

Alle Referenzen beziehen sich im Folgenden auf die Hauptquelle [1].

1. Glatte Darstellungen: glatte Darstellungen und Zulässigkeit (vgl. §2.1); Halbeinfachheit für kompakte Gruppen (vgl. Proposition 2.3 und Korollare; in Proposition 2.2 genügt der Beweis der Implikation $(1) \Rightarrow (2)$); Induktion, kompakte Induktion und Frobenius-Reziprozität (letztere ohne Beweise, aber unter Angabe der Abbildungen; vgl. §2.4-5); Grundannahme 2.6 und das Lemma von Schur; glattes Dual, Proposition 2.8 und Lemma 2.10; Beispiel: additive/multiplikative Charaktere von F, Niveau eines Charakters, additive Dualität (vgl. §1.6-7 und Definition 1.8)

2. Die Hecke-Algebra: Konstruktion eines Haarschen Maßes (vgl. Proposition 3.1); die Hecke-Algebra $\mathcal{H}(G)$ und die Idempotenten e_K (vgl. Proposition 4.1); glatte Darstellungen und glatte Hecke-Moduln (vgl. §4.2 Propositionen 1 und 2); irreduzible Darstellungen und einfache $\mathcal{H}(G,K)$-Moduln (vgl. §4.3 Lemma, Proposition und Korollar); die Idempotenten e_ρ (vgl. Proposition 4.4)

3. Jacquet-Moduln und Hauptreihendarstellungen: die Gruppe $G = \mathrm{GL}_2(F)$ und ihre Untergruppen B, N und T (vgl. §7.1); der Jacquet-Funktor, das Kriterium in Proposition 9.1 und die Definition des Begriffes *kuspidal*; Restriktions-Induktions-Lemma 9.3; Beweis des Irreduzibilitätskriteriums (vgl. §9.6-9); Definition der Steinberg-Darstellung (vgl. §9.10) und Formulierung des Klassifikationssatzes 9.11 ohne Beweis

4. Kuspidalität und kompakte Induktion: Definition des Begriffes γ-*kuspidal* (vgl. §10.1); Formulierung von Proposition 10.1 ohne Beweis; Satz 10.2 (es genügt der Beweis der auf Seite 73 dargestellten Implikation); Definition von Verflechtungen (vgl. §11.1 Definition 1); die ρ-sphärische Hecke-Algebra $\mathcal{H}(G,\rho)$ und das Kriterium in Lemma 11.2; das zentrale Konstruktionsprinzip in Satz 11.4 (Definition des Isomorphismus in Proposition 11.3; der Dualitätssatz 3.5 kann ohne Beweis verwendet werden); Formulierung von Satz 11.5 ohne Beweis (Erläuterung der auftretenden Begriffe)

5. Kettenordnungen: Gitterketten und ihre Kettenordnungen (vgl. §12.1); Klassifikation bis auf Konjugation (vgl. Korollar 12.1); die Kettenordnung bestimmt die Gitterkette (vgl. §12.2 Proposition 1); Radikale und Primelemente (vgl. §12.2 Proposition 2); die Kongruenzuntergruppen $U_{\mathfrak{A}}^n$ (vgl. §12.3); Kettenordnungen und quadratische Erweiterungen (vgl. Proposition 12.4); additive Dualität und duale Gitter (vgl. §12.5 Lemma und Proposition); normalisiertes Niveau einer Darstellung und Proposition 12.6

6. Strata: Definition (äquivalenter) Strata (vgl. §12.7); Strata und Verflechtungen (vgl. Proposition 12.7); fundamentale Strata und das Kriterium in Proposition 12.8; Klassifikation der nicht-trivialen, nicht-fundamentalen Strata (vgl. §12.8); Strata und das normalisierte Niveau (vgl. §12.9 Satz, Lemmata 1 und 2); zerfallende bzw. (un)verzweigte einfache Strata, sowie der Alternativsatz (§13.1 bis einschließlich Korollar 13.3)

7. Minimale Elemente: Definition minimaler Elemente (vgl. Definition 13.4); Zusammenhang mit einfachen Strata (vgl. §13.4 Lemma und Proposition, sowie Proposition 13.5); zerfallende, fundamentale Strata und die Hauptreihe (vgl. §14.1-4; Ergebnisse aus §6 und §17 können ohne Beweis verwendet werden)

8. Ausschöpfung und Klassifikation: Beweis des Ausschöpfungssatzes 14.5; Formulierung der Sätze 15.1 und 15.2 ohne Beweis; einfache Strata und kuspidale Darstellungen (vgl. Satz 15.3); der Eindeutigkeitssatz 15.4; kuspidale Typen und der Induktionssatz 15.5; der Klassifikationssatz (vgl. Korollar 15.5)

9. Zulässige Paare: Definition (minimaler) zulässiger Paare (vgl. §18.2); minimale Paare und minimale Elemente (vgl. Proposition 18.2); Zulässigkeitskriterium und Parametrisierung im Fall von Niveau 0 (vgl. §19.1 Lemma und Proposition); Konstruktion der kuspidalen Darstellung π_χ im minimalen Fall mit Bestimmung des normalisierten Niveaus und des zentralen Charakters (vgl. §19.3, §19.4 Proposition und Korollar); Eindeutigkeitssatz (vgl. Proposition 19.5); Konstruktion im nicht-minimalen Fall (vgl. §19.6)

10. Der Parametrisierungssatz: Formulierung und Beweis des zahmen Parametrisierungssatzes 20.2 (vgl. §§20-21; zur Definition eines kuspidalen Induktionsdatums vgl. §15.8)

11.+12. Die zahme Langlandskorrespondenz: Definition von Deligne-Darstellungen der Weilgruppe (vgl. §31.1); Konstruktion der Langlandskorrespondenz für Hauptreihendarstellungen (vgl. Satz 33.3; alles zu L-Reihen und ε-Faktoren weglassen; Kompatibilität mit Torsion und zentralen Charakteren erläutern); der Parametrisierungssatz 34.1 für irreduzible Deligne-Darstellungen; die renormalisierte Parametrisierung (vgl. §34.4, Proposition-Definition und Lemma); Konstruktion der Langlandskorrespondenz für kuspidale Darstellungen (vgl. §34.4; alles zu L-Reihen und ε-Faktoren weglassen; Kompatibilität mit Torsion und zentralen Charakteren erläutern)

Literatur

[1] C. Bushnell, G. Henniart: *The local Langlands correspondence for* $\mathrm{GL}(2)$, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften **335**, Springer, 2006

[2] C. Bushnell, P. Kutzko: *The admissible dual of* $\mathrm{GL}(N)$ *via compact open subgroups*, Annals of Mathematics Studies **129**, Princeton University Press, 1993

[3] W. Casselman: *Introduction to the theory of admissible representations of p-adic reductive groups*, Vorabveröffentlichung, 1995, verfügbar unter `http://www.math.ubc.ca/~cass/pdf/p-adic-book.pdf`

[4] T. Wedhorn: *The local Langlands correspondence for* $\mathrm{GL}(n)$, in: *School on Automorphic Forms on* $\mathrm{GL}(n)$ (ed. by L. Göttsche, G. Harder, M.S. Raghunathan), ICTP Lecture Notes 21, 2008, pp. 237–320

Die Quelle [3] gibt eine allgemeine Einführung in die glatte Darstellungstheorie p-adisch reduktiver Gruppen. Die Quelle [2] enthält die Klassifikation der irreduziblen glatten Darstellungen von $\mathrm{GL}(N)$ für beliebiges N. Die Quelle [4] ist ein lesenswerter Übersichtsartikel, der im letzten Abschnitt die geometrische Konstruktion der lokalen Langlandskorrespondenz nach Harris und Taylor erläutert.