Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II **Blatt 1**

Prof. Dr. R. Weissauer Sommersemester 2014
Mirko Rösner Abgabe bis 22.04.14 um 11:15 in den Kästen in INF 288

Im Folgenden sei $(K, +, \cdot, 0, 1, P)$ ein angeordneter Körper.

1. Aufgabe: (2+2=4 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe der Anordnungsaxiome:

(a) Jedes Quadrat in K ist nichtnegativ, das heißt: Für jedes $x \in K$ gilt

$$x^2 \in P \cup \{0\}.$$

(b) Für alle $x_1, \ldots, x_n \in K$ gilt

$$x_1^2 + \cdots + x_n^2 \geq 0.$$

Dabei gilt $x_1^2 + \cdots + x_n^2 = 0$ genau dann, wenn $x_1 = \cdots = x_n = 0$.

2. Aufgabe: (2+2+2=6 Punkte) Es seien $x, y, u, v \in K$. Folgern Sie aus den Anordnungsaxiomen:

(a) $x > y$ und $u > v \implies x + u > y + v$

(b) $0 < x < y \implies \frac{1}{y} < \frac{1}{x}$

(c) Für $x, y > 0$ gilt: $x < y \iff x^2 < y^2$.

3. Aufgabe: (3 Punkte) Für $a, b, c, d \in K$ mit $c, d > 0$ und $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ zeigen Sie:

$$\frac{a}{c} < \frac{a+b}{c+d} < \frac{b}{d}.$$

4. Aufgabe: (2+2+2=6 Punkte) Für $x, y \in K$ definiert man

$$\max(x,y) = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq y, \\ y & \text{falls } x < y \end{cases} \quad \text{und } \min(x,y) = \begin{cases} y & \text{falls } x \geq y, \\ x & \text{falls } x < y. \end{cases}$$

Der Betrag von $x \in K$ ist

$$|x| := \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0, \\ -x & \text{falls } x < 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie für $x, y \in K$:

(a) $\min(x, y) = -\max(-x, -y)$,

(b) $\max(x, y) = \frac{1}{2}(x + y) + \frac{1}{2}|x - y|$,

(c) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.
