Übungen zur Elementaren Zahlentheorie

-1. Lösungsblatt-

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

SS 2007

http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Uebungen.htm

Lösung zum zweiten Zettel

1 . Aufgabe :
Man zeige:
Hat man 39 aufeinander folgende natürliche Zahlen, dann gibt es darunter mindestens eine, deren Quersumme (alles geschieht in Dezimalschreibweise) durch elf zu teilen ist.
Gilt das auch für 38?

Beweis:
Ist n die kleinste durch 10 teilbare Zahl unter den 39, dann sind alle Zahlen zwischen n und $n+29$ in dieser Menge 39 aufeinanderfolgender Zahlen enthalten. Ist s die Quersumme von n, dann haben die Zahlen $n+1, ..., n+9$ die Quersumme $s+1, ..., s+9$. Setzt man voraus, daß n nicht mit den Ziffern 90 endet, dann hat $n+19$ die Quersumme $s+10$ und deshalb ist eine der 39 Zahlen durch elf zu teilen. Endet sie jedoch auf 90, dann ersetzt man n durch $n+10$ und nimmt obiges Argument abermals. Daß dies nicht für 38 Zahlen funktioniert ergibt sich aus obiger Argumentation. Beispiel: $\{999981, ..., 1000029\}$.