Übungen zur Linearen Algebra
-Zusätzliches Blatt zu Weihnachten-

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

WS 2007/2008
abzugeben bis Dienstag, den 8. Januar 2008 um 9:30 Uhr

http://www.mathi.uni-heidelberg.de/˜bartels/LA

Name: /name/

Matrikelnummer: /nr/

Übungsleiter: /uebleiter/

Man achte auf eine saubere Darstellung und eine ordentliche Schrift. Bitte keine maschinell erstellten Lösungen abgeben.
N.B.: Alle hier erworbenen Punkte dienen allein der Pflege Ihres Punktekontos: es handelt sich um Zusatzpunkte. Sollten Sie sich dazu entschließen, diesen Zettel nicht zu bearbeiten, ist das kein Nachteil, sofern Sie am Ende in den restlichen Blättern mehr als 50% der Punkte haben.

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
Punkte					

---

1 . Aufgabe (6 Punkte):
Es seien x, a reelle Zahlen, $n \in \mathbb{N}$ und $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{R})$ mit

$$a_{ij} = \begin{cases} a & \text{für } i \neq j \\ x & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie: $det(A) = (x + (n-1)a)(x-a)^{n-1}$.

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Berechnen Sie die Determinante der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 & 5x^4 \\ 1 & 4x & 9x^2 & 16x^3 & 25x^4 \\ 1 & y & y^2 & y^3 & y^4 \\ 1 & 2y & 3y^2 & 4y^3 & 5y^4 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{pmatrix}$$

3 . Aufgabe (6 Punkte):

a) Es sei $n \in \mathbb{N}$ gegeben. Berechnen Sie die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & \cdots & & & \cdots & 0 & b \\ 0 & a & \ddots & & & & b & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 0 & & & \vdots \\ \vdots & & 0 & a & b & 0 & & \vdots \\ \vdots & & 0 & b & a & 0 & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & b & & & & \ddots & a & 0 \\ b & 0 & & & & & 0 & a \end{pmatrix} \in M_{2n}(\mathbb{C}), \text{ wobei } a, b \in \mathbb{C} \text{ sind.}$$

b) Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $\alpha \in \mathbb{R}$ gegeben. Berechnen Sie die Determinante zu

$$B = \begin{pmatrix} 2cos(\alpha) & 1 & 0 & & & & 0 \\ 1 & 2cos(\alpha) & \ddots & & & & \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ & & & & \ddots & 2cos(\alpha) & 1 \\ 0 & & & & 0 & 1 & 2cos(\alpha) \end{pmatrix}$$

4 . Aufgabe (6 Punkte):
Gegeben sei die $n \times n$-Matrix A mit den Einträgen a_{ij}, welche durch

$$a_{ij} = (i + j - 1)^2 \text{ für } i, j = 1, ..., n$$

definiert sei. Bestimmen Sie deren Determinante.