Übungen zur Linearen Algebra
-8. Blatt-

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

WS 2007/2008
abzugeben bis Dienstag, den 18. Dezember 2007 um 9:30 Uhr

http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/LA

Name: /name/

Matrikelnummer: /nr/

Übungsleiter: /uebleiter/

Man achte auf eine saubere Darstellung und eine ordentliche Schrift. Bitte keine maschinell erstellten Lösungen abgeben.

$Aufgabe$	1	2	3	4	$\sum$
$Punkte$					

---

1 . Aufgabe (6 Punkte):
Zeigen Sie, daß die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & \binom{1}{1} & \ddots & & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ 1 & \binom{p}{1} & \cdots & \binom{p}{q} & \cdots & \binom{p}{p} & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & & \ddots & 0 \\ 1 & \binom{n}{1} & \cdots & \binom{n}{q} & \cdots & \cdots & \cdots & \binom{n}{n-1} & \binom{n}{n} \end{pmatrix}$$

und

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ -1 & \binom{1}{1} & \ddots & & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ (-1)^p & (-1)^{p-1}\binom{p}{1} & \cdots & (-1)^{p-q}\binom{p}{q} & \cdots & \binom{p}{p} & 0 & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & & & & \ddots & 0 \\ (-1)^n & (-1)^{n-1}\binom{n}{1} & \cdots & (-1)^{n-q}\binom{n}{q} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \binom{n}{n} \end{pmatrix}$$

zueinander inverse Matrizen sind - hierbei ist $\binom{n}{p}$ der aus der Analysis bekannte Binomialkoeffizient, also

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}.$$

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Es sei $A = (a_{i,j}) \in M_n(\mathbb{C})$ eine Matrix gegeben, für die

$$|a_{i,i}| > \sum_{j \neq i} |a_{i,j}|$$

gilt. Zeigen Sie, daß diese Matrix invertierbar ist.
Hinweis: Man kann dies zeigen, indem man sich eine Linearkombination der Spalten anguckt oder induktiv vorgeht.

3 . Aufgabe (6 Punkte):

a) Sind $\sigma_1, \sigma_2 \in S_n$ gegeben, dann ist $\sigma_1\sigma_2\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1} \in A_n$.

b) Ist $\tau \in A_n$, dann gibt es $\sigma_1, \sigma_2 \in S_n$ mit $\tau = \sigma_1\sigma_2\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1}$.

4 . Aufgabe (6 Punkte):
Was ist das Zentrum der S_n? Was ist das Zentrum der A_n?