Übungen zur Linearen Algebra
- 11. (= letztes) Blatt -

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

WS 2007/2008
abzugeben bis Dienstag, den 22. Januar 2008 um 9:30 Uhr

http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/LA

Name: /name/

Matrikelnummer: /nr/

Übungsleiter: /uebleiter/

2. Name: /namezwei/

2. Matrikelnummer: /nrzwei/

Man achte auf eine saubere Darstellung und eine ordentliche Schrift. Bitte keine maschinell erstellten Lösungen abgeben.

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
Punkte					

---

1 . Aufgabe (6 Punkte):
Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $x, y, z, t \in \mathbb{R}$ nicht alle $= 0$. Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrizen

a)
$$\begin{pmatrix} 0 & x & \cdots & x \\ y & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & x \\ y & \cdots & y & 0 \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{R})$$

b)
$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 0 & -1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{R})$$

c)

$$\begin{pmatrix} x & -y & -z & -t \\ y & x & -t & z \\ z & t & x & -y \\ t & -z & y & x \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{R}).$$

2 . Aufgabe (6 Punkte):
Es sei $(a, b, c, d) \in \mathbb{C}^4$ und die folgende Matrix gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} d & a & b & c \\ a & d & c & b \\ b & c & d & a \\ c & b & a & d \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, daß sie diagonalisierbar ist und berechnen Sie $\{A^k | k \in \mathbb{N}\}$.

3 . Aufgabe (6 Punkte):
Es sei $(a_1, ..., a_n) \in \mathbb{C}^n$. Unter welcher Bedingung ist

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_n & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

diagonalisierbar? Geben Sie für diesen Fall eine Basis aus Eigenvektoren an.

4 . Aufgabe (6 Punkte) (Ein bißchen Wiederholung)**:**
Es sei m eine reelle Zahl. Man betrachte die Matrix

$$\begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$$

a) Was sind die Eigenwerte und die Eigenvektoren zu dieser Matrix?

b) Diskutieren Sie den Rang dieser Matrix in Abhängigkeit der Größe m. Was ist die inverse Matrix dazu, und für welche m gibt es sie überhaupt?

c) Wenn es keine Inverse gibt, was sind dann der Kern und das Bild dieser Matrix?