

Übungen zur Algebra I

- 4. Blatt -

Prof. Dr. K. Wingberg

WS 2008/2009

J. Bartels

abzugeben bis Dienstag, den 4. November 2008 um 9:15 Uhr

<http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Vorlesung>

Name: /name/

Matrikelnummer: /nr/

Übungsleiter: /uebleiter/

2. Name: /namezwei/

2. Matrikelnummer: /nrzwei/

Man achte auf eine saubere Darstellung und eine ordentliche Schrift. Bitte keine maschinell erstellten Lösungen abgeben.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					

1 . Aufgabe (6 Punkte):

Es sei k ein Körper und $A = k[X, Y]/(X^2, XY, Y^2)$.

- Bestimmen Sie die invertierbaren Elemente von A .
- Bestimmen Sie die Hauptideale von A .
- Bestimmen Sie alle Ideale von A .

2 . Aufgabe (6 Punkte):

Zeigen Sie, daß die Algebra $\mathbb{R}[X]/(X^2 + X + 1)$ isomorph zu \mathbb{C} und $\mathbb{R}[X]/(X^2 + X)$ isomorph zu \mathbb{R}^2 ist.

3 . Aufgabe (6 Punkte):

Es sei A ein Ring, $a \in A$ und $S = \{a^n | n \geq 0\}$. Zeigen Sie, daß die Ringe $A[X]/(aX - 1)$ und $S^{-1}A$ zueinander isomorph sind.

4 . Aufgabe (6 Punkte):

Bestimmen Sie die Primideale der folgenden Ringe:

- a) $\mathbb{C}[X]$
- b) $\mathbb{R}[X]/(X^2 + X + 2)$
- c) $\mathbb{R}[X]/(X^3 - 6X^2 + 11X - 6)$
- d) $\mathbb{R}[X]/(X^4 - 1)$
- e) Bestimmen Sie sämtliche \mathbb{R} -Algebrenhomomorphismen der obigen Ringe in \mathbb{R} bzw. \mathbb{C} .