Übungen zur Algebra I

- Unbewertetes Zusatzblatt -

Prof. Dr. K. Wingberg
J. Bartels

WS 2008/2009
nicht abzugeben

http://www.mathi.uni-heidelberg.de/~bartels/Vorlesung

---

1 . Aufgabe (6 Punkte):
Sei G eine endliche Gruppe und $1 \leq e \in \mathbb{N}$ die kleinste Zahl, so daß $g^e = 1$ für jedes $g \in G$ gilt. Zeigen Sie, daß e ein Teiler der Ordnung $|G|$ von G ist und daß jede Primzahl p, welche $|G|$ teilt, auch e teilt. Geben Sie eine Gruppe an, für die $e < |G|$ gilt.

2 . Aufgabe (6 Punkte):
Sei G eine endliche Gruppe und $g \in G$ ein Element der Ordnung $| < g > | = p^r$, p eine Primzahl, $r \geq 1$. Zeigen Sie, daß die Anzahl der Elemente der Ordnung p^r in G ein Vielfaches von $p^{r-1}(p-1)$ ist. Geben Sie eine Gruppe der Ordnung 12 an, die 6 Elemente der Ordnung 4 enthält.

3 . Aufgabe (6 Punkte):
Sei $\mathbb{F}_q$ ein endlicher Körper mit q Elementen. Sei p irgendeine Primzahl. Bestimmen Sie die Anzahl der irreduziblen Polynome vom Grad p^2 über $\mathbb{F}_q$.

4 . Aufgabe (6 Punkte):
Sei L/K eine galoissche Erweiterung mit Galoisgruppe G. Sei $|G| = 85$. Zeigen Sie, daß L Teilkörper vom Grad 5 und vom Grad 17 über K enthält, die normal über K sind.

5 . Aufgabe (6 Punkte) (Sympathiepunkte)**:**
Bringen Sie Ihrer Übungsgruppe in der ersten Stunde nach Weihnachten selbstgebackene Plätzchen oder Kuchen mit!

$$
\begin{gathered}
\spadesuit \\
\pm \\
\gg\ll \\
\gg \heartsuit \ll \\
\Uparrow\gg\gg\ll\ll\Uparrow \\
>\gg\gg \diamondsuit \ll\ll< \\
\gg\gg\ll\ll \\
\gg\gg \circ \ll\ll \\
\gg \nabla \gg\ll \phi \ll \\
\gg\gg\gg \infty \ll\ll\ll\ll \\
\Uparrow\gg \oplus \gg\gg\ll\ll\curvearrowleft\ll\Uparrow \\
>\gg\gg\gg\gg \Theta \ll\ll\ll\ll< \\
\gg \odot \gg\gg\ll\ll \int \ll \\
\gg\gg\gg\gg\bowtie\ll\ll\ll\ll \\
\gg\gg \cup \gg\gg\ll\ll \delta \ll \\
\Uparrow\gg\gg\gg\gg\gg \otimes \ll\ll\ll\ll\ll\Uparrow \\
>\gg\gg \cap \gg\gg\gg\ll\ll \copyright\ \circledR \ll\ll< \\
\| \\
\Longleftrightarrow
\end{gathered}
$$