Sie dürfen für Aufgabe 1 und 3 den Satz 12.4 der Vorlesung verwenden.

Aufgabe 1.

a. Bestimmen Sie die Kettenbruchentwicklung von $\frac{77708491}{2540858}$.
b. Welches $x \in \mathbb{R}$ hat Kettenbruchentwicklung $[2, 1, 3, 5, 3, 5, 3, 5, ...]$?

Aufgabe 2. Diese Aufgabe soll unter Verwendung des Primzahltests von Miller-Rabin gemacht werden. Zeigen Sie :

a. $n = 972133929835994161$ ist keine Primzahl,
b. $n = 104513$ ist eine Primzahl mit „Fehler-Wahrscheinlichkeit “$1/16$ (oder kleiner).

Aufgabe 3. Es sei $m \in \mathbb{N}$ eine natürliche Zahl und

$$n = \frac{m + \sqrt{m^2 + 4}}{2}.$$

Bestimmen Sie die Kettenbruchentwicklung von n. Warum ist n eine Irrationalzahl ?

Aufgabe 4. (Pocklington-Lehmer) **[3+1 Pkt.]**

a. Sei $n \geq 2$ eine natürliche Zahl und $n - 1 = rs$ mit $r \geq \sqrt{n}$. Zeigen Sie : Wenn es für jeden Primteiler q von r ein $a \in \mathbb{Z}$ gibt so dass
$$a^{n-1} \equiv 1 \bmod n \text{ und } \mathrm{ggT}(a^{\frac{n-1}{q}} - 1, n) = 1$$
gilt, dann n ist eine Primzahl.
b. Für $n = 153533$ gilt $n - 1 = 4 \cdot 131 \cdot 293$. Zeigen Sie unter Verwendung von (a), dass n eine Primzahl ist.

`Die Blätter sollen bis Donnerstag, den 18.12. um 14.15 Uhr in die dafür vorgesehenen Einwurfkästen im Foyer des Mathematischen Instituts abgegeben werden.`