

# Aufgaben

**Aufgabe 1.**

- a. Es sei  $d \in \mathbb{N}$  kein Quadrat. Geben Sie die Fundamentallösung der Pellischen Gleichung  $x^2 - dy^2 = 1$  für die Fälle  $d = 6$  und  $7$  an.
- b. Geben sie die Lösungen der Gleichung  $x^2 - dy^2 = 1$  an, falls  $d$  ein Quadrat ist.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass es für  $d \in \mathbb{N}$  kein Quadrat nur endlich viele reduzierte Zahlen der Form

$$\frac{a + \sqrt{d}}{b},$$

mit  $a \in \mathbb{Z}$  und  $b \in \mathbb{N}$  gibt.

**Aufgabe 3.** Es sei  $d \in \mathbb{N}$  quadratfrei. Zeigen Sie :

- a. Die Gleichung  $x^2 - dy^2 = -1$  ist nicht lösbar, falls  $d$  durch eine Primzahl  $p$  mit  $p \equiv 3 \pmod{4}$  teilbar ist.
- b. Ist die Gleichung  $x^2 - dy^2 = -1$  lösbar, dann ist  $d$  die Summe von zwei teilerfremden Quadraten.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass der Kettenbruch für eine quadratische Irrationalzahl  $\sqrt{d} + \frac{1}{2}$ ,  $d \in \mathbb{N}$  kein Quadrat, die Form

$$[b_0, \overline{b_1, b_2, \dots, b_2, b_1, 2b_0 - 1}]$$

hat.

Die Blätter sollen bis Donnerstag, den 22.01. um 14.15 Uhr in die dafür vorgesehenen Einwurfkästen im Foyer des Mathematischen Instituts abgegeben werden.