

Vorlesung torische Geometrie

Übungsblatt 2

- Aufg. 1 Sei N ein Gitter und $N_1 \subset N$ ein Untergitter, so daß N/N_1 torsionsfrei ist. Zeigen Sie, daß es ein Untergitter $N_2 \subset N$ gibt, so daß $N = N_1 \oplus N_2$.
- Aufg. 2 Sei σ ein endlich erzeugter rationaler Kegel, τ eine Seite von σ und $W = \mathbb{R} \cdot \tau$ der lineare Span von τ . Zeigen Sie, daß $\bar{\sigma} = (\sigma + W)/W$ ein endlich erzeugter rationaler Kegel ist und daß die Seiten von $\bar{\sigma}$ alle von der Form $\bar{\gamma} = (\gamma + W)/W$ sind wobei γ eine Seite von σ ist, die τ enthält.
- Aufg. 3 Betrachten Sie den Kegel σ der von e_2 und $\lambda \cdot e_1 - e_2$ ($\lambda \in \mathbb{R}_{\geq 0} \setminus \mathbb{Q}$) im \mathbb{R}^2 aufgespannt wird. Zeigen Sie, daß $\sigma^\vee \cap \mathbb{Z}^2$ nicht endlich erzeugt ist und daß $\mathbb{C}[\sigma^\vee \cap \mathbb{Z}^2]$ nicht Noethersch ist.
- Aufg. 4 Sei σ endlich erzeugter, rationaler Kegel. Haben σ und σ^\vee dieselbe minimale Anzahl von Erzeugern? Was passiert in Dimension 3?