

Vorlesung torische Geometrie

Übungsblatt 1

Aufg. 1 Sei σ ein endlich erzeugter rationaler Kegel. Zeigen Sie:

- (a) Jede Seite τ von σ ist selbst ein endlich erzeugter rationaler Kegel.
- (b) Der Schnitt zweier Seiten von σ ist eine Seite von σ .
- (c) Die Seite einer Seite τ ist eine Seite von σ .
- (d) Jede echte Seite ist in einer vollen Seite enthalten.
- (e) Jede echte Seite ist gleich dem Schnitt über alle vollen Seiten die diese enthalten.

Aufg. 2 Betrachten Sie den Kegel σ der von $3e_1 - 2e_2$ und e_2 im \mathbb{R}^2 aufgespannt wird.

- (a) Beschreiben Sie σ^\vee und finden Sie Erzeuger A von $\sigma^\vee \cap \mathbb{Z}^3$.
- (b) Beschreiben Sie den Relationenmodul \mathbb{L}_A bzw. das Ideal I_A .

Aufg. 3 Seien $\sigma_1 \subset (N_1)_{\mathbb{R}}$ und $\sigma_2 \subset (N_2)_{\mathbb{R}}$ zwei endlich erzeugte, rationale Kegel. Zeigen Sie:

- (a) $\sigma_1 \times \sigma_2 \subset (N_1 \oplus N_2)_{\mathbb{R}}$ ist ein endlich erzeugter, rationaler Kegel.
- (b) Es gilt $U_{\sigma_1 \times \sigma_2} \simeq U_{\sigma_1} \times U_{\sigma_2}$.