Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Sommersemester 2019

Prof. Dr. Otmar Venjakob
Dr. Michael Fütterer
Milan Malčić

Algebraische Geometrie

8. Übungsblatt

11.06.2019

Ein Morphismus $f: X \longrightarrow Y$ heißt *endlich*, wenn Y eine affine Überdeckung $Y = \bigcup_i V_i$ mit $V_i = \operatorname{Spec} A_i$ hat, sodass die Urbilder $U_i = f^{-1}(V_i)$ jeweils affin sind, $U_i = \operatorname{Spec} B_i$ und so, dass jedes B_i ein endlich erzeugter A_i-Modul ist.

Aufgabe 1 (*4 Punkte*). Sei $f: X \longrightarrow Y$ ein projektiver Morphismus noetherscher Schemata. Zeige: Ist $\mathcal{F} \longrightarrow \mathcal{G} \longrightarrow \mathcal{H}$ eine exakte Sequenz von kohärenten Garben, so ist für n groß genug die Sequenz $f_*(\mathcal{F}(n)) \longrightarrow f_*(\mathcal{G}(n)) \longrightarrow f_*(\mathcal{H}(n))$ exakt.

Aufgabe 2 (*4 Punkte*). Sei $f: X \longrightarrow Y$ ein endlicher Morphismus affiner Schemata. Zeige: f ist genau dann ein Isomorphismus, wenn es eine Bijektion auf abgeschlossenen Punkten induziert und für jeden abgeschlossenen Punkt $x \in X$ das Differential $\mathrm{d}f_x$ injektiv ist.

Aufgabe 3 (*4 Punkte*). Sei $f: X \longrightarrow Y$ ein Morphismus, der gleichzeitig affin und projektiv ist, und sei Y lokal noethersch. Zeige, dass f endlich ist.

Abgabe in Zweiergruppen bis Montag, 17. Juni, 11 Uhr
in die Zettelkästen Nr. 57/58 vor dem Dekanat (Mathematikon, INF 205, 1. Stock)
Besprechung in den Übungen am 19. und 21. Juni