p-adische L-Funktionen

Seminar Zahlentheorie
im Wintersemester 2022/23

Inhalt

Unser Ausgangspunkt ist die Riemannsche Zetafunktion

$$\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}.$$

für $s \in \mathbb{C}$ mit $Re(s) > 1$. Sie spielt insbesondere in der analytischen Zahlentheorie eine große Rolle und ist ein Spezialfall einer Dirichletschen L-Funktion

$$L(s, \chi) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s}.$$

für einen Dirichletcharakter χ, also eine multiplikative Funktion $\chi : (\mathbb{Z}/n\mathbb{Z})^\times \to \mathbb{C}^\times$. Die L-Funktion kann zu einer meromorphen Funktion auf der ganzen komplexen Ebene fortgesetzt werden. Sie kodiert Informationen über die zyklotomische Erweiterung $\mathbb{Q}(\mu_n)/\mathbb{Q}$, insbesondere deren Klassenzahl.

Wir werden dann ein p-adisches Analogon $L_p(s, \chi)$ zur Dirichletschen L-Funktion definieren. Die Idee ist, die komplexe Ebene durch $\mathbb{C}_p$ zu ersetzen. Allerdings konvergiert die obige Summe nicht p-adisch. Es ist jedoch trotzdem möglich eine Funktion $L_p(s, \chi)$ zu konstruieren, die auf den negativen ganzen Zahlen mit $L(s, \chi)$ bis auf einen Eulerfaktor übereinstimmt. Die p-adische L-Funktion gibt uns neue Erkenntnisse über die Klassenzahl von $\mathbb{Q}(\mu_p)$.

Vorkenntnisse

Zahlentheorie I

Zeit

Donnerstag, 14 – 16 Uhr

Kontakt

Dr. Katharina Hübner, `khuebner@mathi.uni-heidelberg.de`

Vorbesprechung

Donnerstag, den 28.07.2022 um 13:30 in SR 6