

Übungen zur Algebra I

Wintersemester 2015

Universität Heidelberg
Mathematisches Institut
Dr. Denis Vogel
Dr. Claudia Alfes

Blatt 2
Abgabetermin: Donnerstag, 29.10.2015, 14:15 Uhr

Aufgabe 1. (4 Punkte)

Sei G eine endliche Gruppe der Ordnung n . Zeigen Sie, dass die Ordnung der Automorphismengruppe $\text{Aut}(G)$ die Zahl $(n-1)!$ teilt.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

Bestimmen Sie alle Normateiler der symmetrischen Gruppe dritten Grades S_3 und der alternierenden Gruppe vierten Grades A_4 .

Aufgabe 3. (4 Punkte)

Sei G eine endliche abelsche Gruppe und sei $u = \prod_{g \in G} g$. Zeigen Sie:

- (a) Wenn G genau ein Element a der Ordnung 2 besitzt, so ist $u = a$, sonst ist $u = e$.
- (b) Für alle Primzahlen p gilt $(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$.

Aufgabe 4. (4 Punkte)

- (a) Wir betrachten den Körper der rationalen Zahlen \mathbb{Q} . Bestimmen Sie die Automorphismengruppe der additiven Gruppe von \mathbb{Q} .
- (b) Geben Sie eine Gruppe an, deren Automorphismengruppe nicht kommutativ ist.