UNIVERSITÄT
HEIDELBERG
Zukunft. Seit 1386.

Prof. Dr. Markus Banagl
Mathematisches Institut
Im Neuenheimer Feld 205
69120 Heidelberg
Telefon (06221) 54-14211
E-Mail banagl@mathi.uni-heidelberg.de
Heidelberg, den 2. Mai 2024

ALGEBRAISCHE TOPOLOGIE II
ÜBUNGSAUFGABEN 3

DEADLINE: Fr. 10. Mai 2024, 10:00.

1. Sei $T : S^3 \to S^3$ die in der Vorlesung definierte Abbildung $T(u, v) = (\omega u, \omega^q v)$, wobei $S^3 = \{(u, v) \in \mathbb{C}^2 : |u|^2 + |v|^2 = 1\}$, $\omega = \exp(2\pi i/p)$ eine primitive p-te Einheitswurzel, und q relativ prim zu p ist. Zeigen Sie, dass die von T erzeugte Gruppenwirkung auf S^3 eine *freie* Wirkung von $\mathbb{Z}/p$ ist. (Der Orbitraum ist der Linsenraum $L(p, q)$.)
2. Man berechne die rationale Homologie und Kohomologie eines Linsenraums $L(p, q)$ und vergleiche sie mit der rationalen (Ko)homologie von S^3.
3. Berechnen Sie $H_*(L(p, q); \mathbb{Z}/_p)$ und $H^*(L(p, q); \mathbb{Z}/_p)$.
4. Wieviele Homöomorphietypen und wieviele Homotopietypen gibt es unter den Linsenräumen $L(7, q)$, $q = 1, 2, \ldots, 6$?