

Aufbau der Zahlssysteme

Sommersemester 2010

Aufgabenblatt 6

25. Mai 2010

Aufgabe 1.

(4 Punkte)

Zeigen Sie nach dem Vorbild des Euklidischen Beweises, dass es in jeder arithmetischen Progression

$$\{k \cdot n - 1, n \in \mathbb{N}\} \quad \text{für } k = 3, 4, 6$$

unendlich viele Primzahlen gibt.

Aufgabe 2.

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Addition in \mathbb{Z}

$$[m, n] \oplus [m', n'] := [m + m', n + n']$$

bzw. die Multiplikation in \mathbb{Z}

$$[m, n] \odot [m', n'] := [mn' + m'n, mm' + nn']$$

unabhängig von der Repräsentantenwahl ist.

Aufgabe 3.

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Elemente in \mathbb{Z} , die ein multiplikatives Inverses in \mathbb{Z} haben.

Aufgabe 4.

(4 Punkte)

Definieren Sie auf sinnvolle Weise Relationen " $<$ " und " \leq " auf \mathbb{Z} , sodass deren Einschränkungen auf $\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$ die dort bekannten Relationen liefern.