

Aufbau der Zahlssysteme

Sommersemester 2010

Aufgabenblatt 3

3. Mai 2010

Aufgabe 1.

(4 Punkte)

Zeigen Sie, daß für jedes $n \in \mathbb{N}$ die n aufeinanderfolgenden Zahlen

$$(n+1)! + 2, (n+1)! + 3, \dots, (n+1)! + n + 1$$

zusammengesetzt sind und folgern Sie, dass die Folge

$$(d_n) := (p_{n+1} - p_n)$$

der Differenzen zweier aufeinanderfolgender Primzahlen nicht nach oben beschränkt ist.

Aufgabe 2.

(4 Punkte)

Finden Sie die Primfaktorzerlegung von 720, 9797, 360^{360} und $2^{32} - 1$.

Aufgabe 3.

(4 Punkte)

Bestimmen Sie

- a) $\text{ggT}(3600, 3240)$,
- b) $\text{ggT}(360^{360}, 540^{180})$,
- c) $\text{ggT}(2^{32} - 1, 3^8 - 2^8)$,
- d) $\text{ggT}(a^m - 1, a^n - 1)$, wobei $m, n, a \in \mathbb{N}$ mit $a > 1$.

Aufgabe 4.

(4 Punkte)

Beweisen Sie die Eindeutigkeitsaussage beim Satz über die Division mit Rest.