

## Aufbau der Zahlssysteme

Sommersemester 2010

### Aufgabenblatt 2

26. April 2010

---

**Aufgabe 1.** (4 Punkte)

Wir ordnen die Primzahlen ihrer Größe nach:  $p_1 = 2 < p_2 = 3 < p_3 = 5 < \dots$ . Zeigen Sie, dass für die  $n$ -te Primzahl  $p_n$  gilt:

$$p_n \leq 2^{2^{n-1}}.$$

*Tipp:* Induktion nach  $n$ .

Was sagt das Beispiel  $p_{100} = 541$  über die "Güte" dieser Abschätzung?

**Aufgabe 2.** (4 Punkte)

Bestimmen Sie mit Hilfe des Siebes des Eratosthenes alle Primzahlen  $\leq 200$ . Wie viele solche Primzahlen gibt es?

**Aufgabe 3.** (4 Punkte)

Führen Sie in dem bezüglich der Multiplikation abgeschlossenen Zahlbereich

$$H := \{3j + 1; j \in \mathbb{N}_0\}$$

die Begriffe Teilen in  $H$ , Primzahl in  $H$  ein und überprüfen Sie, ob die Primfaktorzerlegung der zusammengesetzten Zahlen in  $H$  eindeutig ist.

**Aufgabe 4.** (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist für  $n \in \mathbb{N}_0$  die Zahl  $M_n := 2^n - 1$  eine Primzahl, dann muss  $n$  selbst eine Primzahl sein.