Universität Heidelberg
Mathematisches Institut

Dr. Rolf Busam
Andreas Riedel

Aufbau der Zahlsysteme

Sommersemester 2010

Aufgabenblatt 1 19. April 2010

Aufgabe 1. *(4 Punkte)*

Zeigen Sie, dass für alle $m, n, p \in \mathbb{N}_0$ gilt:

$$(m + n) + p = m + (n + p)$$

Tipp: Induktion nach p.

Aufgabe 2. *(4 Punkte)*

Zeigen Sie, dass die in $\mathbb{N}_0$ eingeführte Multiplikation distributiv bezüglich der in $\mathbb{N}_0$ eingeführten Addition ist, d.h. für alle $k, m, n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$(k + m) \cdot n = k \cdot n + m \cdot n.$$

Warum gilt dann auch (automatisch)

$$k \cdot (m + n) = k \cdot m + k \cdot n \; ?$$

Aufgabe 3. *(4 Punkte)*

Zeigen Sie: Ist $n \in \mathbb{N}_0$, dann gibt es kein $m \in \mathbb{N}_0$ mit $n < m < n + 1$.

Aufgabe 4. *(4 Punkte)*

Hieronymus B. Einbahn, nach dem in Heidelberg viele Straßen benannt sind, entdeckte im Jahr 1877 die Einbahninsel mit n Orten, $n \in \mathbb{N}$, und genau einer Straße zwischen je zwei Orten. Die Straßen waren jedoch so schmal, dass sie nur in einer Richtung befahren werden durften. Dennoch gelang es H.B. Einbahn unter Beachtung dieser Einbahnregelung bei seinem Besuch auf der Insel eine Route zu finden, bei der er jeden Ort genau einmal besuchte. Wie hat er das geschafft?