Universität Heidelberg
Mathematisches Institut

Prof. Dr. Otmar Venjakob
Andreas Riedel

p-adische Analysis II

Sommersemester 2013

Aufgabenblatt 10 25. Juni 2013

Sei K ein nicht-archimedischer vollständiger Körper.

Aufgabe 1. *(5 Punkte)*
Sei $\phi : X \to Y$ ein Morphismus von K-analytischen Mannigfaltigkeiten.

a) ϕ ist eine Immersion genau dann, wenn für alle $x \in X$ eine offene Umgebung $U \ni x$, eine offene Umgebung $V \ni f(x)$ und ein Morphismus $\sigma : V \to U$ existieren mit $\phi(U) \subset V$ und $\sigma \circ \phi = \mathrm{id}_U$.

b) Ist $X = G$ eine lokal-analytische Gruppe und $P \subset G$ eine lokal-analytische Untergruppe, so induziert die Abbildung

$$\theta : P \times G \longrightarrow G \times G, \quad (p, g) \longmapsto (g, pg)$$

einen Homöomorphismus $P \times G \to \theta(P \times G)$, und $\theta(P \times G)$ ist eine Untermannigfaltigkeit von $G \times G$.

Aufgabe 2. *(5 Punkte)*
Sei $\phi : X \to Y$ ein Morphismus von K-analytischen Mannigfaltigkeiten. Zeigen Sie:

a) ϕ ist eine Submersion genau dann, wenn für alle $x \in X$ eine offene Umgebung $U \ni x$, eine offene Umgebung $V \ni f(x)$ und ein Morphismus $\sigma : V \to U$ existieren mit $\phi(U) \subset V$ und $\phi \circ \sigma = \mathrm{id}_V$.

b) Ist ϕ eine Submersion und $W \subset Y$ eine Untermannigfaltigkeit, so ist $\phi^{-1}(W) \subset X$ eine Untermannigfaltigkeit.

Aufgabe 3. *(6 Punkte)*
Sei G eine lokal-analytische Gruppe, $P \subset G$ eine lokal-analytische Untergruppe, sodass der homogene Raum G/P kompakt ist. Nach Vorlesung existieren eine Spaltung $\iota : G/P \to G$ der kanonischen Projektion $\pi : G \to G/P$ und ein Isomorphismus von lokal-analytischen Mannigfaltigkeiten $G \to G/P \times P,\ g \mapsto (\pi(g), (\iota \circ \pi(g))^{-1} \cdot g)$. Sei V eine K-Banachraumdarstellung von P und

$${}^c\mathrm{Ind}_P^G(V) := \{f : G \longrightarrow V |\ f \text{ stetig},\ f(gp) = p^{-1} \cdot f(g)\ \forall p \in P\}.$$

Zeigen Sie: ${}^c\mathrm{Ind}_P^G(V)$ ist vermöge $\|f\| := \sup_g \|f(\iota(gP, 1))\|$ und $(g \cdot f)(h) := f(g^{-1}h)$ eine K-Banachraumdarstellung von G.

Homepage zur Vorlesung: `www.mathi.uni-heidelberg.de/~ariedel/panalysis2`
Abgabe bis spätestens 2. Juli 2013 vor der Vorlesung, in A. Pals Kasten im 1. OG.