Universität Heidelberg
Mathematisches Institut

Prof. Dr. Otmar Venjakob
Andreas Riedel

p-adische Analysis II

Sommersemester 2013

Aufgabenblatt 9 18. Juni 2013

Sei K ein nicht-archimedischer vollständiger Körper mit Bewertungsring $\mathcal{O}$.

Aufgabe 1. *(5 Punkte)*
Die Amice-Transformierte ordnet jedem $\ell \in D^c(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$ die Potenzreihe $A_\ell(T) := \sum_{n=0}^{\infty} \ell(\binom{x}{n})T^n \in \mathbb{Q}_p^b[[T]]$ zu. Ist $f \in C(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$, so definiert $f \cdot \ell(g) := \ell(g \cdot f)$ ein Element $f \cdot \ell \in D^c(\mathbb{Z}_p, \mathbb{Q}_p)$. Weiterhin hat man eine φ-Operation via $\varphi(\ell)(f(x)) = \ell(f(px))$. Zeigen Sie:

a) Ist $f(x) = x$, so gilt $A_{x \cdot \ell}(T) = (1+T)\frac{d}{dT}A_\ell(T)$.

b) Ist $f(x) = z^x$ mit $v_p(z-1) > 0$, so gilt $A_{z^x \cdot \ell}(T) = A_\ell((1+T)z - 1)$.

c) Man hat $A_{\varphi(\ell)}(T) = \varphi(A_\ell(T))$, wobei $\varphi(T) = (1+T)^p - 1$ linear fortgesetzt wird.

Bemerkung: Zu φ kann man auch eine linksinverse Operation ψ definieren. Beide Operatoren haben wichtige Anwendungen in der p-adischen Hodge-Theorie.

Aufgabe 2. *(4 Punkte)*
Sei G eine Liegruppe über K, $G \to \mathrm{Aut}(V)$ und $G \to \mathrm{Aut}(W)$ zwei lokal-analytische Darstellungen von G in zwei K-Banachräumen V und W. Zeigen Sie: Die K-Banachraumdarstellung $G \to \mathrm{Aut}(V \widehat{\otimes} W)$ existiert und ist lokal analytisch.

Aufgabe 3. *(4 Punkte)*
Seien $K/L/\mathbb{Q}_p$ endlich, $G = \mathcal{O}_L$ der Bewertungsring von L und $\chi : G \to K^\times$ ein stetiger Charakter. Wir wissen, dass χ lokal-$\mathbb{Q}_p$-analytisch ist. Zeigen Sie: χ ist lokal-L-analytisch genau dann, wenn die $\mathbb{Q}_p$-lineare Abbildung $d\chi : L \to K$ L-linear ist.

Aufgabe 4. *(3 Punkte)*
Seien $K \subset L$ wie in der vorherigen Aufgabe. Beschreiben Sie mit Hilfe der p-adischen Logarithmus- und Exponentialfunktion die Charaktere auf $\mathcal{O}_L^\times$.

Homepage zur Vorlesung: `www.mathi.uni-heidelberg.de/~ariedel/panalysis2`
Abgabe bis spätestens 25. Juni 2013 vor der Vorlesung, in A. Pals Kasten im 1. OG.