Universität Heidelberg
Mathematisches Institut

Prof. Dr. Otmar Venjakob
Andreas Riedel

Algebraische Geometrie I

Wintersemester 2008/09

Aufgabenblatt 12 8. Januar 2009

Aufgabe 1. *(4 Punkte)*
Sei Y ein Schema und $Z \subseteq Y$ ein Unterschema. Zeige: Ein Morphismus $f : X \to Y$ faktorisiert über ein Unterschema Z genau dann, wenn folgende Bedingungen gelten:

a) $f(X) \subseteq Z$ als Mengen,

b) $f^\flat : \mathcal{O}_Y \to f_*\mathcal{O}_X$ faktorisiert über den surjektiven Morphismus $\mathcal{O}_Y \to i_*\mathcal{O}_Z$.

Zeige zudem: Ist Z ein offenes Unterschema, so impliziert a) schon b).

Aufgabe 2. *(4 Punkte)*
In der Vorlesung wurde allgemein für einen Morphismen $f : X \to Y$ die Eigenschaft definiert, lokal von endlichem Typ bzw. von endlichem Typ zu sein. Nun heisst ein Morphismus f *quasi-kompakt*, wenn eine offene affine Überdeckung $(Y_i)_{i \in I}$ von Y existiert, sodass $f^{-1}(Y_i)$ quasi-kompakt ist für alle $i \in I$. Zeige:

a) Ein Morphismus f ist quasi-kompakt genau dann, wenn für jedes offene affine $U \subseteq Y$ das Schema $f^{-1}(U)$ quasi-kompakt ist.

b) Ein Morphismus f ist von endlichem Typ genau dann, wenn er lokal von endlichem Typ und quasi-kompakt ist.

Aufgabe 3. *(4 Punkte)*
Zeige:

a) Abgeschlossene Einbettungen sind von endlichem Typ.

b) Quasi-kompakte offene Einbettung sind von endlichem Typ.

Abgabe bis spätestens 15. Januar 2009, 9:15 Uhr, bei den Kästen am Eingang von INF 288.