**Aufgabe 2.**
Sei $F = (F_1, \dots, F_n) : \mathbb{A}^n \to \mathbb{A}^n$, $F_i$ Polynome. Damit ist die Jakobideterminante von $F$ schon ein Polynom. Da $F$ ein Isomorphismus, existiert Morphismus $G$ mit $F \circ G = \mathrm{id}$. Anwenden der Kettenregel liefert ($G$ ebenfalls durch Polynome gegeben!) $(G \circ F)'(T) = G'(F(T))) \cdot F'(T)$, d.h. $\det(G'(F(T))) \cdot \det(F'(T)) = \det(\mathrm{id}) = 1$. Da alle Determinanten in $K[T]^\times = K^\times$ liegen, folgt die Behauptung.

**Aufgabe 3.**
Es ist $V(f) = V(f_1 \cdots f_r)$, da $K$ integer, folglich

$$\sqrt{(f)} = I(V(f)) = \bigcap I(V(f_i) = \bigcap \sqrt{(f_i)} = \bigcap (f_i) = \prod (f_i),$$

da die $f_i$ koprim. Da jedes Primideal gleich seinem Radikal ist und der Polynomring eine UFD ist, sind die $V(f_i) \subseteq V(f)$ irreduzibel. Es ist $V(f) \overset{*}{=} \bigcup V(f_i)$. Zeige: $V(f_i)$ sind maximal irreduzibel. Angenommen, es existiert eine Teilmenge $X \subseteq \mathbb{A}^n$ irreduzibel mit (ohne Einschränkung) $V(f_1) \subsetneq X \subsetneq V(f)$, so existiert ein Primideal $\wp$ mit $(f_1) \supsetneq \wp \supsetneq (f)$. Dann gilt $f_1 \notin \wp, f_1 \cdots f_r \in \wp$, d.h. $f_2 \cdots f_r \in \wp$. Ohne Einschränkung können wir $f_2 \in \wp$ folgern, d.h. $f_2 \in (f_1)$, d.h. $\exists p \in K[X_1, \dots, X_n]$ nichtkonstant mit $f_1 \cdot p = f_2$. Da $(f_1) \neq (f_2)$ nach Voraussetzung folgt ein Widerspruch, da $f_i$ irreduzibel. Wegen der Gleichheit $(*)$ sind die $V(f_i)$ somit schon alle irreduziblen Komponenten.